

合否を分ける問題 解答・解説

① [解答] 58

[問題の種類] 売買算（商品が複数）、つるかめ算

[難易度] 標準

[解説] 問題が売買算なので下のような表を書いて分かりやすく整理します。

原価	定価	売価	利益	個数
2 6 0 0 円				3 0 0 個

ここで定価は

$$2\,600\text{円} \times (1 + 0.2) = 3\,120\text{円}$$

定価が分かったので売価は

$$3\,120\text{円} \times (1 - 0.2) = 2\,496\text{円} \quad \text{となります。}$$

またそれぞれの利益を求めると

定価では $3\,120\text{円} - 2\,600\text{円} = 520\text{円}$ の利益

売価では $2\,600\text{円} - 2\,496\text{円} = 104\text{円}$ の損益 となります。

これらを先ほどの表に書き込むと

原価	定価	売価	利益	個数
2 6 0 0 円				3 0 0 個
	3 1 2 0 円		5 2 0 円利益	○個
		2 4 9 6 円	1 0 4 円損益	△個

ポイントはこの商品を合計 300 個売ったのは分かっていますが、**定価と売価でそれぞれ何個売ったのかが分からない**ことです。

つまりこれは「**つるかめ算の問題**」になっています！

つるかめ算とは「2 つ以上の異なる種類のものがあり、その**合計だけが分かっている場合に、それぞれがいくつずつあるかを考える**」という問題のことです。

つるかめ算では**最初に「求めたいものと反対のものが全部である場合」を仮定**します。

これに気がつくのと、問題では定価で売った個数を問われているので

商品を全て売価で売ったと仮定すると

$$2\,496\text{円} \times 300\text{個} = 748\,800\text{円}$$

実施の売り上げは

$$2\,600\text{円} \times 300\text{個} + \underline{4\,992\text{円}} = 784\,992\text{円}$$

⇒問題文にある、商品を全て売ったときの利益

この場合の差は

$$784992\text{円} - 748800\text{円} = 36192\text{円}$$

1個の商品を売価から定価に交換すると

$$3120\text{円} - 2496\text{円} = 624\text{円} \quad \text{金額の差が縮まる}$$

よって交換する商品の個数は

$$36192\text{円} \div 624\text{円/個} = 58\text{個} \quad \text{となります。}$$

また、定価と売価の利益（520円）と損益（104円）を求めているので

利益についてつるかめ算を考えると計算が少し楽になります。

ただし、この場合は利益と損益で考えるので「弁償問題パターンのつるかめ算」になることに注意してください。



② [解答] (1) 139.2キロカロリー (2) 18.072キロカロリー

[問題の種類] 割合、単位量あたりの大きさ

[難易度] (1) 基礎～標準 (2) 基礎～標準

[解説] (1) 卵100gに含まれるそれぞれの量(重さ)を求めると

$$\text{炭水化物} \quad 100\text{g} \times 0.003 = 0.3\text{g}$$

$$\text{脂肪} \quad 100\text{g} \times 0.1 = 10\text{g}$$

$$\text{タンパク質} \quad 100\text{g} \times 0.12 = 12\text{g}$$

ここで問題文よりそれぞれの1g当たりの熱量は

$$\text{炭水化物} \quad 4\text{キロカロリー/g}$$

$$\text{脂肪} \quad 9\text{キロカロリー/g}$$

$$\text{タンパク質} \quad 4\text{キロカロリー/g}$$

それぞれから得られる熱量を求めると

$$\text{炭水化物} \quad 0.3\text{g} \times 4\text{キロカロリー/g} = 1.2\text{キロカロリー}$$

$$\text{脂肪} \quad 10\text{g} \times 9\text{キロカロリー/g} = 90\text{キロカロリー}$$

$$\text{タンパク質} \quad 12\text{g} \times 4\text{キロカロリー/g} = 48\text{キロカロリー}$$

したがって卵100gから得られる熱量は

$$1.2\text{キロカロリー} + 90\text{キロカロリー} + 48\text{キロカロリー} = 139.2\text{キロカロリー}$$

(2) (1) より卵100gをとった時のそれぞれの失われる熱量は

$$\text{炭水化物} \quad 1.2\text{キロカロリー} \times 0.06 = 0.072\text{キロカロリー}$$

$$\text{脂質} \quad 90\text{キロカロリー} \times 0.04 = 3.6\text{キロカロリー}$$

$$\text{タンパク質} \quad 48\text{キロカロリー} \times 0.3 = 14.4\text{キロカロリー}$$

よって卵 100g をとった時に失われる熱量の合計は

$0.072 \text{ キロカロリー} + 3.6 \text{ キロカロリー} + 14.4 \text{ キロカロリー} = 18.072 \text{ キロカロリー}$
となります。



③ [解答] (1) 30 cm^2 (2) 50 cm^2

[問題の種類] 比合わせ、高さの等しい三角形、相似比と面積比の利用

[難易度] (1) 標準 (2) 標準～やや難

[解説] (1) 三角形 MGF と三角形 MCH はチョウチヨ型の相似である。

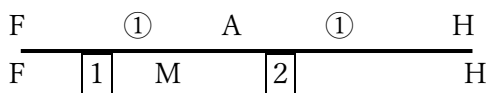
合同（形も大きさも同じ）な正三角形の一辺なので

$GF = AB = BC$ より

三角形 MGF と三角形 MCH の相似比は $1 : 2$

$FM : HM = 1 : 2$

また $FA = AH$ より、線分 FH についてそれぞれの長さの比を考える。



$$FH = ② = ③$$

$$① = 1.5$$

よって

$$MA = 1.5 - 1 \\ = 0.5$$

それぞれの辺の長さの比は

$$FM : MA : AH = 1 : 0.5 : 1.5 \\ = 2 : 1 : 3 \quad \text{となる}$$

三角形 MGF と三角形 MGA は辺 FA を底辺とする高さの等しい三角形なので
底辺の比と面積比が等しくなる。

$FM : MA = 2 : 1$ より

三角形 MGF : 三角形 MGA = $2 : 1$

問題文より三角形 MGA の面積は 10 cm^2 なので

三角形 MGF の面積は 20 cm^2 となる。

また、三角形 AGF = 三角形 MGF + 三角形 MGA なので

三角形 AGF = $20 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 = 30 \text{ cm}^2$ となる。

三角形 AGF と三角形 AHB は合同（形も大きさも同じ）なので

三角形 AHB = 30 cm^2

(2) 三角形 GAF と三角形 GIK はピラミッド型の相似である。

正六角形とその外側に作った正三角形なので

$AF=CD=IC=DK$ より

三角形 GAF と三角形 GIK の相似比は $1:3$

よって

三角形 GAF と三角形 GIK の面積比は $1 \times 1 : 3 \times 3 = 1 : 9$ であることが分かる。

三角形 GAF = 30 cm^2 なので、三角形 GIK = $30 \text{ cm}^2 \times 9 = 270 \text{ cm}^2$ となる。

次に、三角形 GIC と三角形 GKC は辺 IK を底辺とする高さの等しい三角形なので
底辺の比と面積比が等しくなる。

$IC : CK = 1 : 2$ なので面積比は

三角形 GIC : 三角形 GKC = $1 : 2$ より

三角形 GIC = ① cm^2 、三角形 GKC = ② cm^2 とすると

ここで、三角形 GIK = 三角形 GIC + 三角形 GKC

$$= ① \text{cm}^2 + ② \text{cm}^2$$

$$= ③ \text{cm}^2$$

よって

$$③ = 270 \text{ cm}^2$$

$$① = 270 \text{ cm}^2 \div 3$$

$$= 90 \text{ cm}^2 \text{ となる。}$$

⇒ 三角形 GIC の面積

三角形 GIC = 三角形 GAM + 四角形 ABCM + 三角形 BIC なので

$$= \text{三角形 GAM} + \text{四角形 ABCM} + \text{三角形 AHB}$$

それぞれの三角形の面積を代入すると

$$90 \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2 + \text{四角形 ABCM} + 30 \text{ cm}^2 \text{ となるので}$$

$$\text{四角形 ABCM} = 90 \text{ cm}^2 - 10 \text{ cm}^2 - 30 \text{ cm}^2$$

$$= 50 \text{ cm}^2 \text{ になります。}$$



④ [解答] 1000 cm^3

[問題の種類] 体積利用

[難易度] 基礎

[解説] 角柱の底面積が 40 cm^2 なので、図1より水の体積は

$$40 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^3$$

同様に図2から空気部分の体積は

$$40 \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^3$$

図の容器は、水の体積と空気部分で構成されているので
容器の体積は

$$400 \text{ cm}^3 + 600 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 \text{ となります。}$$

