

① [解答] (1) 20 cm (2) 18.75 cm (3) 16 cm

[問題の種類] 体積(水量)

[難易度] (1) 基礎 (2) 標準 (3) 標準～やや難

[解説] (1) おもり A の高さは 8 cm であり、水そうの水面 15 cm よりも低いので、
おもり A は全て水面に沈む。

水面は沈んだおもり A の体積分だけ増加するので

おもり A の体積は

$$8 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \times 25 \text{ cm} = 3000 \text{ cm}^3$$

水そうの底面積は

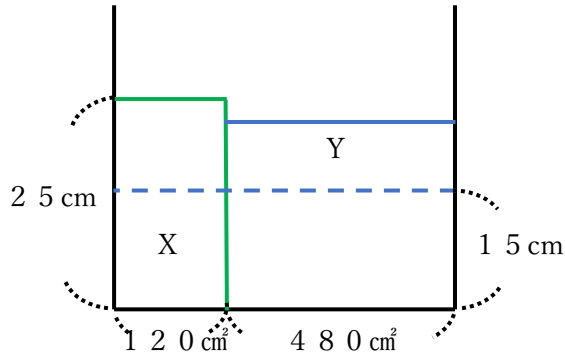
$$20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^2$$

よって水面は

$$3000 \text{ cm}^3 \div 600 \text{ cm}^2 = 5 \text{ cm} \text{ 上昇する。}$$

$$15 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

(2) おもり A の高さは 25 cm あり、水面の高さである 15 cm よりも高い
水そうとおもりの図 (縦には高さ、横には底面積) の図を描くと



水そうの底面積は 600 cm^2

おもり A の底面積は

$$8 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} = 120 \text{ cm}^2$$

上の図のようにもともと X の位置にあった水が Y の位置に移動している。

つまり X の体積 = Y の体積になっている

X の体積は

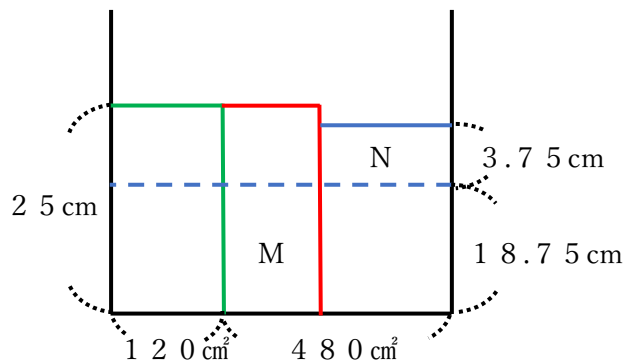
$$120 \text{ cm}^2 \times 15 \text{ cm} = 1800 \text{ cm}^3 \text{ となり、Y の体積も } 1800 \text{ cm}^3 \text{ である。}$$

Y の高さは

$$1800 \text{ cm}^3 \div 480 \text{ cm}^2 = 3.75 \text{ cm}$$

$$15 \text{ cm} + 3.75 \text{ cm} = 18.75 \text{ cm} \text{ となります。}$$

(3) 同じ様に (2) の後におもり B を加えた、水そうとおもりの図を描くと



問題文より水面は 22.5 cm なので
 $22.5 \text{ cm} - 18.75 \text{ cm} = 3.75 \text{ cm}$

上の図のようにもともと M の位置にあった水が N の位置に移動している。

つまり M の体積 = N の体積である。

ところが (2) と違い、M または N の体積を直接求めてやる事が出来ません。

M と N の体積が等しいので、図において M と N の長方形の面積は等しい。

面積が等しい長方形は縦の長さの比と横の長さの比は逆比の関係であるので

縦の長さの比は

$M : N = 18.75 : 3.75 = 5 : 1$ なので

横の長さの比は

$$M : N = \frac{1}{5} : 1 = 1 : 5 \quad \text{となる}$$

よって M の横の長さを①、N の横の長さを⑤とする

図より

$$\textcircled{1} + \textcircled{5} = 480 \text{ cm}^2$$

$$\textcircled{6} = 480 \text{ cm}^2$$

$$\textcircled{1} = 480 \text{ cm}^2 \div 6$$

$$= 80 \text{ cm}^2$$

M の横の長さ (おもり B の底面積) は 80 cm^2 となる。

おもり B の横の長さが 5 cm なので

$$80 \text{ cm}^2 \div 5 \text{ cm} = 16 \text{ cm} \quad \text{がおもり B の底面の縦の長さとなる。}$$



[補足] 逆比について

逆比について勘違いしている受験生が多いので一応注意が必要です！

逆比とは元の比を逆にすることではありません。

逆比とは「逆数の比」のことを言います。

それでは逆数とはどのような数なのでしょう？

逆数とは、その数とその数の逆数をかけると 1 になる数のことです。

例えば、2 の逆数は $1 \div 2$ より $\frac{1}{2}$ 、5 の逆数は $1 \div 5$ より $\frac{1}{5}$ です。

よって 3 : 7 の逆比とは、 $1 \div 3 : 1 \div 7 = \frac{1}{3} : \frac{1}{7} = 7 : 3$ となります。

② [解答] (1) 10通り (2) 20通り

[問題の種類] 場合の数

[難易度] (1) 標準 (2) やや難

[解説] (1) 問題文にある通り、Aの勝ちを○、負けを×として樹形図を書いて考えます。

3勝すると優勝なので、○を3個書いた時点でAの勝ちとなります。

それと、この問題では「**総試合数**」について場合分けして考えると、樹形図が書きやすくなります。

1) 3試合で優勝が決まる場合 (Aの3勝0敗)

○○○

のみの1通り

2) 4試合で優勝が決まる場合 (Aの3勝1敗)

○○×○

○×○○

×○○○

以上の3通り

ここで○○○×のパターンは答えにならないことに注意してください。

なぜなら最初にも説明しましたが、○○○とAが3勝した時点で優勝が決まっているので、その後の試合は行われません。

3) 5試合で優勝が決まる場合 (Aの3勝2敗)

○○××○

○×○×○

○××○○

×○○×○

×○×○○

××○○○

以上の6通り

4) 6試合で優勝が決まる場合

Aが優勝するために必要な3勝を考えると、Aの成績は3勝3敗となるのでこの試合数で優勝が決まることはありません。

よって1)～4)より

$1 + 3 + 6 = 10$ 通り となります。

(2) (1)と同じように樹形図を書いて考えていきます。

4勝すると優勝なので、○を4個書いた時点でAの勝ちとなります。

問題文に1試合目はAが勝つとあるので、この条件を忘れずに樹形図を書いてください。

1) 4試合で優勝が決まる場合 (Aの4勝0敗)

○○○○

のみの1通り

2) 5 試合で優勝が決まる場合 (A の 4 勝 1 敗)

○○○×○

○○×○○

○×○○○

以上の 3 通り

ここで (1) と同様に ○○○○×のパターンは答えにならない ことに注意してください。

最初にも説明した通り、○○○○と A が 4 勝した時点で

優勝が決まっているので、その後の試合は行われません。

3) 6 試合で優勝が決まる場合 (A の 4 勝 2 敗)

○○○××○

○○×○×○

○○××○○

○×○○×○

○×○×○○

○××○○○

以上の 6 通り

4) 7 試合で優勝が決まる場合 (A の 4 勝 3 敗)

○○○×××○

○○×○××○

○○××○×○

○○×××○○

○×○○××○

○×○×○×○

○×○××○○

○××○○×○

○××○×○○

○×××○○○

以上の 10 通り

5) 8 試合で優勝が決まる場合

A が優勝するために必要な 4 勝を考えると、A の成績は 4 勝 4 敗となるので

この試合数で優勝が決まることはありません。

よって 1) ~ 5) より

$1 + 3 + 6 + 10 = 20$ 通り となります。

[補足と別解]

この問題のポイントは優勝するチーム (この問題では A です) が、必ず最後の試合を勝たなければならないということです。

例えば (1) のように 3 勝で A が優勝する場合

A が 2 勝 0 敗 + 1 勝

2 勝 1 敗 + 1 勝

2勝2敗+1勝

の3パターンしかありません。

つまり、Aが2勝0敗、2勝1敗、2勝2敗となるそれぞれの場合を樹形図で書くと答えになります。

(2) も同じように考えると、4勝でAが優勝する場合

Aが3勝0敗+1勝

3勝1敗+1勝

3勝2敗+1勝

3勝3敗+1勝

の4パターンとなります。

ここでさらに問題に1試合目はAが勝つと書いてあるので、Aは残りの試合を、

2勝0敗+1勝

2勝1敗+1勝

2勝2敗+1勝

2勝3敗+1勝

のいずれかで優勝することになります。

このうち、2勝0敗、2勝1敗、2勝2敗に関しては(1)より合わせて10通りと分かります。

よって、実質(2)はAが2勝3敗となる場合の樹形図のみを書く問題となっています。

Aが2勝3敗となる樹形図を書くと

○○×××

○×○××

○××○×

○×××○

×○○××

×○×○×

×○××○

××○○×

××○×○

×××○○

以上の10通りとなるので、

この問題の答えは $10 + 10 = 20$ 通りと分かります。



このようなタイプの問題は本来、高校1年生の数学Aの範囲で習うレベルの問題です。

受験生にとっては問題の条件をしっかりと理解し、その上その条件を頭におきながら樹形図を書くことを試される難易度が少し高い目の問題となっています。

②の問題は YouTube の「関西中学受験 IGNIS 個人指導会」(@ignis-tutor) にて

さらに詳しい解説動画が上がっています。

理解に自信がない受験生は解説動画を参照してみてください。